第 7 章

世代重複モデル構築に関するメモ

小山田和彦

要約：

本章は、多地域多部門世代重複型シミュレーション・モデル開発の一環として、世代重複モデルのコアとなる部分および他のいくつかの重要な部分について、モデルの設定方法やパラメータ値の導出方法などに関するアイディアをまとめたものである。まず、有限期離散型 Ramsey モデルの家計部門に複数世代を導入するとともに、注意点について解説する。特に、分析期間内に寿命を全うする個人の人生の最終期Sおよび分析期間の最終期Tという二種類の最終期を明確に区別して取り扱い、適切に処理をする方法を提案している。また、世代重複モデルでは人口構造の変化など非常に長い分析期間を必要とする問題を取り扱うことが多いことを考慮し、複数年をまとめて 1 期として取り扱う方法について紹介する。次に、少子高齢化が進展するにしたがって深刻化する可能性の高い問題として社会保障制度に関する問題が考慮される必要があるため、年金部門をモデル内で明確に取り扱う方法についてのアイディアをまとめた。「賦課方式」および「積立て方式」の特徴を簡単に整理したうえでモデル化を行う。さらに、モデルの動学システムに大きな影響を与えると考えられる政府部門による公共投資、および開発途上国における政府部門の財源として重要な役割を果たす ODA のモデル化に関するアイディアを提供する。公共投資を経済インフラ整備目的の投資と社会インフラ整備目的の投資に分け、モデル内でのそれぞれの取り扱いと機能について解説した。ODA に関しても、資金の移転先および贈与と借款を明確に区別したうえで、モデル化する方法を提示している。

キーワード：

世代重複モデル　1 期複数年モデル　年金制度　公共投資　政府開発援助

はじめに

第６章では、完全予見型の動学的シミュレーション・モデルを構築する際にコアとなる部分がどのようなものか、モデルの設定方法やパラメータ値の導出方法などに関する解説を行うとともに、問題点や注意点について指摘した。本章では、まず、有限期離散型 Ramsey モデルの家計部門に複数の世代を導入してシンプルな世代重複モデルを作成する。その後、「時間とともに変化する各国の人口構成のもとで開発途上国における人口ボーナスを最大化するように各国が協力し、人口構成の局面が異なる国の間での貿易・資本移動をとおして世界経済全体が持続的な発展を実現できるような枠組みを提案する」という本研究プロジェクトの目的を果たすためにモデルに加えられるべき拡張の方向性について、まとめることにしたい。ここに記す内容については、現在作業中であるものに加え、作業前のアイディア段階のものも含まれる。場合によっては作業段階で内容や方法が変更されることも十分にあり得るうえ、ここに挙げたものだけでは不十分であろう。アイディアをまとめたメモであることに注意したい。

まず第１節では、第６章で解説した有限期離散型 Ramsey モデルの家計部門に複数の世代を導入した、非常にシンプルな世代重複モデルについて解説する。これが、多地域多部門世代重複型シミュレーション・モデルのコアとなる部分である。続く第２節では、年金部門のモデル化について解説する。第３節では、政府部門のうちモデルの動学システムに大きな影響を与えると考えられる部分、および開発途上国援助のモデル化に関するアイディアをまとめる。他方、国際貿易部分に関しては既存の静学的な応用一般均衡（Applied General Equilibrium: AGE）モデルと同様の仕組みを導入するため、本章で詳細な解説を行うことはしない。

1. 有限期離散型 Ramsey モデルへの複数世代の導入

本節では、有限期離散型 Ramsey モデルの家計部門に複数世代を導入した、最も基本的な世代重複モデルを提示する。特に、複数の異質な個人を導入することでモデル内の変数とマクロ経済データとの対応関係が不明瞭になりやすいため、パラメータ値の導出には細心の注意が必要となる。また、世代重複モデルでは人口構造の変化など非常に長い分析期間を必要とする問題を取り扱うことが多いことを考慮し、複数年をまとめて１期として取り扱う方法について解説する。

1.1 モデルの設定

分析対象とする経済にはS歳まで生きる人口N_{st}の世代がSグループ存在し、各世代グループに属する個人は毎期の貯蓄によって資産a_{st}の蓄積を行うとともにc_{st}だけ財を消費することで効用を得ている。下付き添え字s（$0 \leq s \leq S$）は年齢もしくは世代グループ、t（$0 \leq t \leq T$）は時間をそれぞれ表す[1]。ここでは、Rasmussen and Rutherford [2004]に倣い、世代が進むごとに人口が一定の成長率γで増加するものと仮定する。各個人は、x歳まで労働力を企業に提供して所得を得るものとし、$x+1$歳からS歳までの期間はそれまでに築いた資産を取り崩しながら消費を行う。ここでは便宜上、労働を行わない幼年期は考慮せず、0歳から労働を行って所得を得るものとする。また、同じ世代グループに属する個人は同質的であるものと仮定する。

まず、家計における個人の目的関数について考えよう。この場合、二種類の最終期について考慮しておく必要がある。ひとつは分析期間内に寿命を全うする個人の人生の最終期Sであり、もうひとつは分析期間の最終期Tである。第６章でみた有限期離散型 Ramsey モデルでは、分析期間の最終期Tにおいて経済全体が定常状態に入ることが仮定されており、目的関数には最終期Tの時点で存在する資産の価値に関する項目が追加されていた。ここでも、分析期間の最終期Tに生存している個人が持つ資産について、第６章でみたモデルと同様の処理が必要となる。

人生の最終期Sについてはどうであろうか。各個人が遺産を遺さないと仮定すれば、人生の最終期Sにおいて資産がすべて取り崩されるように貯蓄および消費計画が立てられることになり、特別な処理は必要ない。他方、各個人が遺産を遺すことを仮定する場合には、「遺産を遺すこと」から得られる効用を考慮しなくてはならず、遺産に関係する項目を目的関数に含めておく必要がある。

以上を考慮した目的関数は次のようなものとなる。

$$\sum_{s=0}^{S}\left\{\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{s}\frac{{c_{st}}^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right\}+\left(\frac{1}{1+r}\right)^{S}\lambda_t^S b+\left(\frac{1}{1+r}\right)^{S}\lambda_s^T a_{sT} \qquad [1]$$

ただし、ここでは単純化のために遺産bは外生変数として取り扱い、個人が内生的に遺産の水準を決定するケースについては将来モデルを拡張する際に考慮する。λ_t^Sは人生の最終期Sにおける資産（遺産b）の価値、λ_s^Tは分析期間の最終期Tにおいて生存者が保有する資産a_{sT}の価値である。[1]式第２項は$s=S$の時にのみ、第３項は$t=T$の時にのみ、それぞれ機能する。さらに、資本財をニュメレールに設定し利子率rは外生値として取り扱う。ρは個人の主観的割引率である。

制約式に話を移そう。分析期間の最終期Tにおいて個人が生存しているか否かによって

[1] 第６章の有限期離散型モデルでは分析期間を$t=1$から始まるものとして設定していたが、世代重複重複型モデルでは「0歳」を取り扱う必要があるため、分析期間を$t=0$から始まるものとしている。注意してほしい。

取り扱いを変える必要があるため、$t \neq T$のケースと$t = T$のケースを分けて考えることにする。$t \neq T$のケースに対応する制約式は次のとおりである。

[$t \neq T$に対応する制約式]

$$a_{st} = \bar{a}_{s0} \qquad (\bar{a}_{s0}：\text{given}) \qquad (t = 0)$$

$$a_{st} = \left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^{S} b \qquad (b：\text{given}) \qquad (s = 0)$$

$$a_{st} = (1+r)a_{s-1t-1} + w_{t-1}^{L}\pi_{s-1t-1} - p_{t-1}c_{s-1t-1} \qquad (0 < s \leq x+1)$$

$$a_{st} = (1+r)a_{s-1t-1} - p_{t-1}c_{s-1t-1} \qquad (x+1 < s < S) \quad [2]$$

まず、分析期間の初期時点に存在する各世代グループの個人が保有する資産a_{s0}に関する情報が与えられる必要がある。便宜上、遺産bは被相続人が死亡して不在となった時点で0歳の世代に移転されるものと仮定する[2]。そのため、世代が進むことによって人口が増加した分だけ一人当たりの遺産受取額が目減りする。前述のとおり、各個人はx歳まで労働力を企業に提供して所得を得る一方で、$x+1$歳からS歳までの期間はそれまでの貯蓄のみに依存して消費を行う。π_{st}は世代ごとの労働生産性を示すパラメータである。通常、労働生産性は労働経験などを積むことによって向上すると考えられるが、加齢によって効率性が下がる側面もあり、一定の年齢で生産性の低下局面を迎えることになる。

分析期間の最終期Tの時点で生存している個人に関する制約式は、以下のようなものになる。

[$t = T$に対応する制約式]

$$a_{sT} = \left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^{S} b \qquad (b：\text{given}) \qquad (s = 0)$$

$$a_{sT} = (1+r)a_{s-1T} + w_{T}^{L}\pi_{s-1T} - p_{T}c_{s-1T} \qquad (0 < s \leq x+1)$$

$$a_{sT} = (1+r)a_{s-1T} - p_{T}c_{s-1T} \qquad (x+1 < s < S) \quad [3]$$

これらは、分析期間の最終期Tにおいて経済全体が定常状態に入ることを設定するものであり、第６章の有限期離散型 Ramsey モデルにおいて TVC の代わりに使用されていたものと本質的に同じものである。世代重複モデルにおける定常状態では、世代別人口の構成（総人口に占めるシェア）が一定となる。その時、分析期間の最終期Tにおける世代別一人当たり資産の構成が毎期同じものとなり、価格変数も変動しない。

最後に、各世代の人生最終期Sに関する制約式が必要となる。

[2] 別の世代へ移転されるようなケースや、被相続人の死亡時点で生存するすべての個人に等配分されるようなケースを仮定したとしても、今後の議論に本質的な影響は与えない。

[$s = S$に対応する制約式]

$$b = (1+r)a_{St} - p_t c_{St} \qquad [4]$$

ここでは、人生の最終期Sに保有していた資産から消費分を差し引いた残りが、次の期に相続人に受け継がれることを仮定している。

　家計における個人の問題は、分析期間の初期時点で保有する所与の資産$\bar{a}_{s0}$のもとで、[２]式から[４]式までを制約として[１]式で与えられる厚生水準を最大化するように各期の消費c_{st}および資産の蓄積水準a_{st}を決定することである。[２]式によって毎期の資産価値λ_{st}が、[３]式によって分析期間の最終期Tにおいて生存者が保有する資産a_{sT}の価値λ_s^Tが、そして[４]式によって遺産bの価値λ_t^Sが、それぞれ決まることになる。この問題に関する最適化のための一階条件は、以下のようになる。

$$\lambda_{s+1t+1} - \lambda_{st} = 0 \qquad (s \neq S,\ t \neq T)$$
$$\lambda_{s+1}^T - \lambda_{sT} = 0 \qquad (s \neq S,\ t = T)$$
$$(1+r)\lambda_t^S - \lambda_{St} = 0 \qquad (s = S) \qquad [5]$$

$$\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^s {c_{st}}^{-\theta} - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s+1} \lambda_{s+1t+1} p_t = 0 \qquad (s \neq S,\ t \neq T)$$

$$\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^s {c_{sT}}^{-\theta} - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s+1} \lambda_{s+1}^T p_T = 0 \qquad (s \neq S,\ t = T)$$

$$\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^S {c_{St}}^{-\theta} - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{S} \lambda_t^S p_t = 0 \qquad (s = S) \qquad [6]$$

[５]式と[６]式によって、それぞれ資産額a_{st}および消費量c_{st}が決まる。

　市場均衡を定義しよう。有限期離散型 Ramsey モデルにおける市場均衡と本質的に同じものであるが、一人当たりタームで表わされた変数を経済全体に関するマクロ変数と対応させるために、世代ごとの集計と世代を通した集計の２段階の集計が行われている。

$$K_t = \hat{K}_t \qquad [7]$$
$$L_t = \sum_{s=0}^{x} N_{st}\pi_{st} \qquad [8]$$
$$\sum_{s=0}^{S} N_{st}c_t + I_t = Y_t \qquad [9]$$

$$\left(\frac{1}{1+r}\right) p_t^K \hat{K}_t = \sum_{s=0}^{S} N_{st}a_t \qquad [10]$$

[７]式および[８]式はそれぞれ資本市場および労働市場における均衡条件であり、これらに

よって資本へのリターンw_t^Kおよび賃金率w_t^Lが決まることになる。[８]式では生産性による世代別労働供給量の変動が考慮されており、労働力の集計が退職年齢であるx歳までとなっている点に注意してほしい。[９]式は財市場の均衡条件であり、財価格p_tを決定する。[10]式は資産市場における均衡条件となっており、これによって利子率が決定される。ただし、本モデルでは資本財をニュメレールに設定するため、[10]式はモデルから除外され、利子率rが外生的に与えられる。

企業の問題および最適条件は、第６章でみた有限期離散型 Ramsey モデルにおけるものをそのまま利用することが可能である。したがって、本章での解説は割愛する。

1.2 パラメータ値の導出

ここでは、基準年において経済が定常状態にあることを仮定して、カリブレーション法によってパラメータ値を導出する方法について解説したい。

まず、本節で取り扱っているモデルのように、世代が進むごとに人口が一定の成長率γで増加することを仮定するケースでの基準年における世代別人口N_{s0}を導出する。基準年における第0世代の人口をnとすると、$N_{s0}=\left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^s n$と表現することができる。$N_{s0}$は初項$n$、公比$\frac{1}{1+\gamma}$の等比数列となるから、初項から第$S$項までの総和は、以下のようになる。

$$\sum_{s=0}^{S} N_{s0}=\frac{n}{\gamma}\left\{1+\gamma-\left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^S\right\}$$

ここで、$\sum_{s=0}^{S} N_{s0}$がデータで与えられる基準年の総人口に相当する。データで与えられた総人口を$\bar{N}_0$とすると、基準年における世代別人口N_{s0}は次のように計算できる。

$$N_{s0}=\left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^s \frac{\gamma\bar{N}_0}{1+\gamma-(1+\gamma)^{-S}} \qquad [11]$$

これをもとに、新しく生まれてくる世代の人口を成長率γで増加させてやることで、分析期間すべてにわたる世代別人口が導出される。

分析期間の初期時点で保有する資産$\bar{a}_{s0}$の導出に移ろう。[５]式より、定常状態にあるか否かにかかわらずλ_{st}が一定となることが分かる。定常状態においては価格p_tが一定になるため、λ_{st}が一定となることと併せて[６]式を吟味することで、年齢を通して消費c_{st}が一定に保たれることが分かる。[２]式を利用して基準年において0歳の世代に関する各年齢時の資産額を計算していくと、以下のような２本の関係式を得ることができる。ただし、ここ

では簡単化のために労働生産性π_{st}は年齢にかかわらず一定であるものとして計算を行っている。

$$b = (1+r)^{S+1}\left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^{S} b + \{1 + (1+r) + \cdots + (1+r)^{x}\}(1+r)^{S-x}\pi$$
$$-\{1 + (1+r) + \cdots + (1+r)^{S}\}c \qquad [12]$$

$$a_{s0} = (1+r)^{s}\left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^{S} b + \frac{(1+r)^{s}-1}{r}\pi - \frac{(1+r)^{s}-1}{r}\cdot\frac{C_0}{\bar{N}_0} \qquad (s \le x)$$

$$a_{s0} = (1+r)^{s}\left(\frac{1}{1+\gamma}\right)^{S} b + \frac{(1+r)^{s}-(1+r)^{s-x-1}}{r}\pi - \frac{(1+r)^{s}-1}{r}\cdot\frac{C_0}{\bar{N}_0} \qquad (x < s) \ [13]$$

人口成長率γ、労働生産性π、利子率r、および遺産bに関するデータが与えられると、まず[12]式を利用して総消費C_0を以下のように導出することができる。総消費C_0に関するデータが存在する場合には、たとえば遺産bなどを導出することができる。

$$C_0 = \sum_{s=0}^{S} N_{s0}\, c = \bar{N}_0 \frac{\left\{(1+r)\left(\frac{1+r}{1+\gamma}\right)^{S} - 1\right\} rb + \left\{(1+r)^{S+1} - (1+r)^{S-x}\right\}\pi}{(1+r)^{S+1}-1} \qquad [14]$$

[14]式を[13]式に代入し、総人口$\bar{N}_0$に関するデータを利用することで、初期時点での保有資産a_{s0}が得られる。さらに、以下の関係式より資本ストックK_0を得る。

$$K_0 = \sum_{s=0}^{S} N_{s0}\, a_{s0} \qquad [15]$$

時間選好率ρや資本減耗率δなどの導出に関しては、第6章での有限期離散型 Ramsey モデルのケースと同様である。

1.3　1期複数年モデルへの拡張

各国において人口構造が変化するまでには非常に長い期間を必要とする。そのことは、世代重複型のシミュレーション・モデルを利用して少子高齢化問題などを取り扱う際にも重要な問題のひとつとなっており、可能な限り計算リソースを節約しながら分析期間を長く取るための努力が必要となるケースが多い。そのための方法として、複数年をひとまとめにして取り扱うことがしばしば行われる。ここでは、複数年を1期として取り扱う方法について、解説したい。

複数年をまとめ、1期として取り扱う方法には二通りある。主要なマクロ経済指標に関するデータには1年分の経済活動の結果が集計された年次データが多いことを考慮すると、

モデルを利用して行った分析の結果についても、年次データに対応するような形で報告されることが混乱を避けるという意味で望ましい。そこで、各内生変数はあくまでも１年分の経済活動を表現するものとして取り扱い、複数年のインターバルごとに１年分の数値を計算する方法がある。この方法を「Grid Spacing」モデルと呼ぶことにしよう。他方、複数年分の経済活動をまとめてひと固まりのものとして取り扱い、複数年分の集計値を計算した後で、モデルの外で１年分に相当する情報を導出する方法がある。こちらを「Cohort」モデルと呼ぶことにしよう。

Grid Spacing モデルと Cohort モデルを比較すると、前者はモデル本体での処理が多くなり、後者はモデルには直接影響を与えない部分での処理が多くなる傾向がある。均衡解をスムーズに得ることができなければシミュレーション分析自体を実施することが困難になる点を考慮すると、均衡解を得るためのモデル本体におけるデバッギング作業は可能な限り少ない方が良い。その意味では、均衡解として与えられた数値を事後的に加工する作業が増えるとはいえ、Cohort モデルを採用する方が有利であるように感じられる。

ここでは、年次モデルの Cohort モデルへの拡張について考えてみよう。ξ年間を１期として取り扱いたいとしよう。この場合、まず、年度データとして通常与えられる利子率r、人口成長率γ、資本減耗率δなどのパラメータをξ年分の数値に変更する必要がある。たとえば利子率rの場合には、１年間の利子率r^Aを利用して以下のように計算する。

$$r = (1 + r^A)^{\xi - 1} - 1$$

次に、数量に関するデータについて考えよう。以前の基準期であった0年を含めた過去ξ年間を新しい基準期である0期として設定する場合には、$-(\xi - 1)$年から0年までのデータの集計値が0期のデータとして取り扱われることになり、主要な分析対象となる1期以降については、1年からξ年までの集計値が1期、$\xi + 1$年から$2 \times \xi$年までの集計値が2期、というように取り扱われることになる。そして、基準年において経済が定常状態にあることを仮定しない場合には過去ξ年分のデータを収集して集計することで基準期のデータとし、基準年において経済が定常状態にあることを仮定する場合には基準年のデータをもとに数量データを導出する。たとえば、0期の0年齢世代（0歳からξ歳まで）の人口nは、以下のようになる。

$$n = n^A \left\{1 + \left(\frac{1}{1+\gamma^A}\right) + \left(\frac{1}{1+\gamma^A}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{1+\gamma^A}\right)^{\xi-1}\right\} = \frac{n^A}{\gamma^A}\left\{1 + \gamma^A - \left(\frac{1}{1+\gamma^A}\right)^{\xi-1}\right\}$$

n^Aは0年における0歳児の人口、γ^Aは0年における年間人口成長率である。

その他のパラメータおよび外生変数の導出方法や、モデルの設定などに関する変更はな

い。ただし、事後的に経済指標などを導出する際には、各期におけるξ年間の価格は一定で数量変数が毎年同率で成長しているといった仮定を置いたうえで、各年に対応する数値を計算する。

2. 年金部門

実際に分析の際に使用するモデルでは、第１節でみた家計部門をより詳細に記述して複雑化し、年齢による生産性の違いや平均余命の変化が家族計画などに影響を与える仕組みが導入されることになる。さらに、少子高齢化が進展するにしたがって深刻化する可能性の高い問題として社会保障制度に関する問題が考慮される必要があるため、少なくとも年金制度が明示的にモデル内で記述されていることが求められる。ここでは、年金部門のモデル化に関するアイディアをまとめておきたい。

第２章で整理されているように、年金制度には大きく分けて①賦課方式（Pay As You Go: PAYS）と②積立て方式（Fully Funded: FF）の二通りがある。前者は生産年齢世代の所得の一部が税として徴収されて同じ期に存在する退職年齢世代に移転される形式のものであり、後者は各世代の労働所得の一定割合が徴収されるとともに資本市場で運用され、同じ世代が退職した後に運用益を含めた積立金が還付される形式のものである。①では、年金受給世代が生産年齢期に受け取っていた所得の水準に応じて年金給付水準が設定されるとともに、年金の納付水準、つまり税率はその期の年金給付総額の規模によって変動するような、「確定給付」と呼ばれる方式が採用されることが多い。他方、②では、納付側が固定されていて給付側が変動する「確定拠出」と呼ばれる方式が採用される。

モデル化の際に注意が必要となるのは、②の積立て方式のケースである。通常の資産をa_{st}、積立てられている年金をa_{st}^{FF}とすると、生産年齢期（$0 < s \leq x+1$）における通常資産a_{st}および年金a_{st}^{FF}の蓄積は、以下のように表現することができる。

$$a_{st} = (1+r)a_{s-1t-1} + (1-\tau^{FF})w_{t-1}^{L}\pi_{s-1t-1} - p_{t-1}c_{s-1t-1} \quad [16]$$
$$a_{st}^{FF} = (1+r)a_{s-1t-1}^{FF} + \tau^{FF}w_{t-1}^{L}\pi_{s-1t-1} \quad [17]$$

τ^{FF}は納付水準である。[16]式および[17]式では所得に応じて納付額が異なる設定になっているが、所得に関係なく各個人が定額（Lump-Sum）で納付するように設定することも可能である。

$$a_{st} = (1+r)a_{s-1t-1} + w_{t-1}^{L}\pi_{s-1t-1} - p_{t-1}c_{s-1t-1} - \tau^{FF} \quad [18]$$
$$a_{st}^{FF} = (1+r)a_{s-1t-1}^{FF} + \tau^{FF} \quad [19]$$

この場合、[18]式および[19]式におけるτ^{FF}は一人当たり納付額となる。[17]式および[19]式における年金a_{st}^{FF}は、各世代が退職後（$x+1<s<S$）に所得の一部として給付されていくことになる。

そして、各期の資産市場の均衡条件が次のように変更される。

$$\left(\frac{1}{1+r}\right) p_t^K \hat{K}_t = \sum_{s=0}^{S} N_{st} \left(a_{st} + a_{st}^{FF}\right) \quad [20]$$

ただし、本モデルでは利子率rが外生的に与えられるため、[20]式をモデルに含める必要はない。

ここで、年金受給者が運用益を含めた積立て分すべてを受け取る前に死亡した場合について考えよう。多くの国で遺族年金が備えられているケースが多いため、死亡時の残金は遺産として子孫に移転されるものとして本研究プロジェクトでは取り扱う。その際、移転にともなう相続税や所得税は課税されない。子孫も死亡した場合には、残金は年金基金のものとなる。他方①の賦課方式のケースでは、年金受給者が死亡しても単に生産年齢世代から徴収される税が減るだけであるため、それ以上の所得移転は発生しない。

人口構造の変化は、年金部門以外の政府部門に対しても、歳入・歳出構造の変化などを通して影響を与え得る。さらに、「時間とともに変化する各国の人口構成のもとで開発途上国における人口ボーナスを最大化するように各国が協力し、人口構成の局面が異なる国の間での貿易・資本移動をとおして世界経済全体が持続的な発展を実現できるような枠組みを提案する」という本研究プロジェクトの目的について考えるうえで、政府開発援助（Official Development Assistance: ODA）が果たす役割は大きい。次節では、政府部門および ODA のモデル化について考えたい。

3. 政府部門および政府開発援助

本節では、モデルの動学システムに大きな影響を与えると考えられる、政府部門による公共投資、および開発途上国における政府部門の財源として重要な役割を果たしており、それによって各国の成長経路に影響を与え得る ODA のモデル化に関してアイディアをまとめておきたい。

公共投資を、経済インフラG_tを整備するためのF_t^Gおよび社会インフラH_tを整備するため

のF_t^Hに分け、それぞれの公的資本は独立して蓄積されると考える[3]。政府は税収および国債発行による借入れの一定割合を公共投資予算として計上し、それを経済インフラに関する投資F_t^Gと社会インフラに関する投資F_t^Hに配分する。経済インフラG_tは、Barro [1990]やFutagami et al. [1993]によって提示されたモデルと同様に生産関数の中で取り扱われ、生産性の向上に寄与する。その生産関数を、以下のように設定する。

$$Y_t = \phi {K_t}^{\alpha} {L_t}^{1-\alpha} \left(\frac{G_t}{L_t}\right)^{1-\alpha} \qquad [21]$$

ただし、企業は$\left(\frac{G_t}{L_t}\right)^{1-\alpha}$部分に関して所与のものとして行動するものとする。[21]式において、経済インフラG_tが労働力L_tに対する比率として取り扱われている点に注意してほしい。これは、労働者の数が増加するにしたがい、道路や港湾などが混雑することを意味している。

他方、社会インフラH_tは各個人の人的資本の蓄積効率を上げるものとして機能する。Yakita [2011]が提案する理論モデルを応用し、幼少期における初等教育によって蓄積される人的資本をh_t^B、生産年齢期における高等教育や職業訓練などによって蓄積される人的資本をh_t^Aとして、生産年齢前期および生産年齢後期における労働生産性を以下のようにモデル化する。

[生産年齢前期の労働生産性]　$\pi H_{t-1} h_{t-1}^B$　[22]

[生産年齢後期の労働生産性]　$\pi H_{t-1} h_{t-2}^B (1 + h_{t-1}^A)$　[23]

πは生産性に関する単位係数である。[22]式は、たとえば学校ができることによって初等教育の効率性が上がり、一単位の時間を使って５の知識しか蓄積できなかったものが８の知識を蓄積できるようになるようなケースや、病院ができることによって学校を欠席する日数が減って蓄積できる知識が増えるようなケースを表現している。[23]式は、生産年齢期における高等教育や職業訓練などによる人的資本の蓄積効率は、幼少期における人的資本の蓄積量の影響を受けることを意味している。

次に、ODA について考えよう。ODA は貿易フローと同様、ドナーとレシピエントを特定化した形で導入する。移転先として、①経済インフラや社会インフラなどに配分される

[3] 社会資本のことをインフラストラクチャー（インフラ）と呼ぶ。そのうち、道路や港湾、発電所や灌漑施設など、経済活動に対してより直接的な影響を与え得るものが「経済インフラ」と呼ばれており、他方、学校や病院、水道など、人々が日常生活を行ううえでより重要な役割を果たすと考えられるものが「社会インフラ」と呼ばれる。

前の予算、②経済インフラ整備関連予算、および③社会インフラ整備関連予算の３つを考える。①は一般財政支援（Budget Support）に、②および③は紐付き資金に対応するものである。特に①への移転には、転用可能性（Fungibility）が残されていることになる。

移転額の一定割合として贈与比率（Grant Element）が設定され、贈与として移転される資金と、借款として利子付きで貸付けられ、時期以降にドナーへと返還されなければならない資金とに分割されるものとする。

おわりに

本章では、多地域多部門世代重複型シミュレーション・モデル開発の一環として、世代重複モデルのコアとなる部分および他のいくつかの重要な部分について、モデルの設定方法やパラメータ値の導出方法などに関するアイディアをまとめた。

まず、第６章で解説されている有限期離散型 Ramsey モデルの家計部門に複数世代を導入するとともに、その際に注意すべきポイントについて解説した。特に、二種類の最終期について考慮することの重要性を指摘し、分析期間内に寿命を全うする個人の人生の最終期Sおよび分析期間の最終期Tのそれぞれに対する適切な処理が必要となることを示した。また、世代重複モデルでは人口構造の変化など非常に長い分析期間を必要とする問題を取り扱うことが多いことを考慮し、複数年をまとめて１期として取り扱う方法について紹介した。

次に、少子高齢化が進展するにしたがって深刻化する可能性の高い問題として社会保障制度に関する問題が考慮される必要があるため、年金部門をモデル内で明確に取り扱う方法についてのアイディアをまとめた。「賦課方式」および「積立て方式」の特徴を簡単に整理したうえでモデル化を試みている。また、年金受給者が死亡した場合の取り扱いについて注意点をまとめた。

最後に、モデルの動学システムに大きな影響を与えると考えられる政府部門による公共投資、および開発途上国における政府部門の財源として重要な役割を果たす ODA のモデル化に関するアイディアをまとめた。公共投資を経済インフラ目的の投資と社会インフラ整備目的の投資に分け、モデル内でのそれぞれの取り扱いと機能について解説した。ODA に関しても、資金の移転先および贈与と借款を明確に区別したうえで、モデル化する方法を提示している。

本研究プロジェクトでは、目下、ここに記した内容にしたがってモデルの構築作業を進めている。作業の過程で問題に直面したり、より良いアイディアを思いつくなどすることによってモデルの設定や構造が変更される可能性も高いが、それらはすべてより良いモデルを作り上げるために必要な要素であろう。努力を続けたい。

【参考文献】

〈外国語文献〉

Barro, R. J. [1990] “Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth,” *Journal of Political Economy*, Vol. 98 (5), Part 2, pp. S103-S126.

Futagami, K., Y. Morita and A. Shibata [1993] “Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital,” *Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 95, NO. 4, pp. 607-625.

Rasmussen, T. N., and T. F. Rutherford [2004] “Modeling Overlapping Generations in a Complementarity Format,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 28 (7), pp. 1383-1409.

Yakita, A. [2011] “Different Demographic Changes and Patterns of Trade in a Heckscher-Ohlin Setting,” *Journal of Population Economics*, Published Online.: DOI No. 10.1007/s00148-011-0363-y.